

# 初等解析学の講義を補完する自習ウェブ教材の開発

寺尾敦<sup>\*1</sup>・矢野公一<sup>\*1</sup>・高村正志<sup>\*1</sup>・伏屋広隆<sup>\*1</sup>

Email: atsushi@si.aoyama.ac.jp

\*1: 青山学院大学社会情報学部

◎Key Words ウェブベースの学習, MathML, STACK

## 1. はじめに

近年、大学教育の改革が社会的に強く要請されるようになった。大学進学率が5割を超える、大学入学希望者総数が入学定員を下回る「大学全入時代」を迎え、学士教育課程の質保証が大きな課題となっている。

中央教育審議会<sup>(1)</sup>は、大学教育の質的転換の始点を、「学生の十分な質を伴った主体的な学修時間の実質的増加・確保」(p.11)に置いた。大学設置基準第21条2項によれば、1単位の授業科目は45時間の学習を必要とする内容で構成することが標準となっている。大学での科目は半期2単位であることが多いので、ある科目の単位を取得するためには90時間の学習が必要ということになる。一般的な半期科目の授業時間は、1週あたり2時間、15週で30時間とみなされる。したがって、こうした科目においては、授業外に60時間の学習が必要ということになる。

われわれは、数学系の科目における授業時間外の学習を支援するために、授業で扱った学習事項の解説を行うウェブサイトと、ウェブでの問題演習システムの作成に着手した。われわれの学部では、数学系の科目を4単位（2科目）取得することが求められている。開講されている数学系科目の中から、比較的多くの学生が履修している、解析学の入門講義を選んだ。この科目では高校数学水準に相当する解析学の基礎を講義している。学習事項の解説を行うウェブサイトは、授業で配布されているレジュメをもとにして作成する。問題演習システムには、授業中の問題演習で用いられた問題を収録する。

本発表では、われわれが開発を始めた教材（解説と問題演習）の特徴に焦点を当てる。教材作成にはまだ着手したばかりであるが、教材にどのような工夫を凝らすかについては、基本方針が定まっている。

## 2. 学習事項の解説

学習事項の解説を行うウェブサイトのトップページのURLは <http://www.cc.aoyama.ac.jp/~t41338/mathlecture/mathlec.html> である。授業の受講者だけでなく、他の多くの学習者が利用できるようにしている。

### 2.1 ページ素材

学習事項の解説を行うウェブサイトは、授業で配布されているレジュメをもとに作成している。講義を担当する数学教員（第2著者から第4著者）は、1回の講義につきA4サイズ2ページのレジュメを作成した。

教員は、黒板に板書を行いながら、レジュメに沿って講義を行った。学習事項の解説ページ作成を担当する第1著者は、毎回の講義に出席し、ノートを取ってレジュメの内容を把握した。1回の授業をひとつのウェブページとした。

作成するウェブページは、レジュメそのままではなく、加筆を行っている。作成したページが数学的に問題ないかどうか、講義を担当する数学教員がチェックし、修正を行っている。当然のこととはいえ、数学の専門家によって内容がチェックされていることは、われわれの学習サイトの重要な特徴のひとつである。

### 2.2 数式の表示

ウェブページのソースはHTML5とCSS3のルールに従って書かれている。数式はMathMLで記述した。MathMLへの対応が十分でないブラウザのためにMathJaxを用いた。これは、こうしたブラウザでMathMLによる数式を表示するためのJavaScriptである。数式を含む教材は、ブラウザで図1のように表示される。

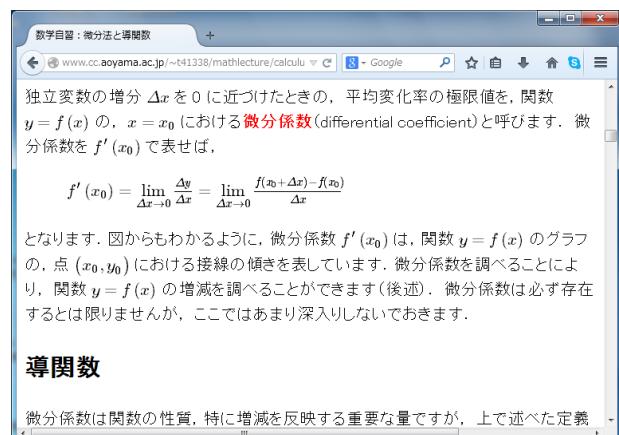


図1 ブラウザでの数式表示

### 2.3 教材の工夫

自習を支援するために、講義で配布されたレジュメでは省略されていた説明を補った。たとえば、「微分法と導関数」のページでは、関数の増減表の書き方を3つのステップに分けて解説した。レジュメには完成した増減表だけが示されていた。もちろん、講義を担当する教員は手順を解説しながら増減表を板書したが、最後には完成された増減表が残るので、学生のノートでも手順の記録は明確に残されていないだろう。

ウェブページの素材であるレジュメに加筆したことのうち、最も特徴的であるのは、学習方法のアドバイスであろう。このアドバイスは、数学教員の経験や、学習科学の知見に基づいている。たとえば、「微分法と導関数」のページでは、定数倍、和、差の微分法の公式を示した後で、式を解釈することの重要性を述べている。公式のような形式的ルールは、解釈を行わなければ具体的な問題に適用できない<sup>(2)</sup>。数学の学習のためのウェブサイトは多く存在するが、学習方法のアドバイスを同時に提示したサイトは、おそらくなかった。

### 3. 問題演習

問題演習システムは、e ラーニングシステム Moodle の小テストモジュールとして開発された、STACK (System for Teaching and Assessment using a Computer algebra Kernel) を用いて構築している。STACK は、数式による解答を受け付け、その正誤を評価する。学習者の解答に応じて、異なったフィードバックを返すことができる。解説ページと異なり、このシステムを利用できるのは、現在のところわれわれの学部の学生に限定されている。

#### 3.1 収録する問題

問題演習システムに収録しているのは、授業中の演習で用いられた問題である。ただし、STACK での出題という制約から、数値あるいは数式で解答する問題に限られている。微分法を利用して関数のグラフを描くといった、STACK では正誤の判定ができない問題は収録していない。

#### 3.2 教材の工夫

STACK を用いることの最大の利点は、学習者の解答に応じて、異なるフィードバックを返すことができることであると考えている。この利点を生かして、あたかも Intelligent Tutoring System (ITS) のようにふるまう問題演習システムの作成に取り組んでいる。ITS のように問題を解いたり、学習者の知識状態を推測したりはできないが、誤りに応じて「知的な」フィードバックを返すことはできる。たとえば、 $t$  の関数  $t^3 + 2t^2 + 1$  を微分せよという問題では、5通りの誤りに対して異なるメッセージを返すようにしている（これらに該当しない誤りについてのみ、「もう一度」というフィードバックを返す）。図2にフィードバックの例を示す。図の上側の画面では、 $3t^2 + 4$  という誤答に対して、「 $2t^2$  の微分を誤っています。もう一度」というフィードバックを返している。下側の画面では、 $3t^3 + 4t^2$  という誤答に対して、「 $t^2$  の微分を誤っています。もう一度」というフィードバックを返している。

現在のところ、出題している問題に対して学習者がどのような誤りをするか、十分にわかっていない。今後、学習者の解答を蓄積して、フィードバックを改善する予定である。われわれが見落としている、比較的よく生じる誤りがあれば、それに対するフィードバックを追加する。

導関数を求めよ。

小試 | 関数のテストを実行します

$y = t^3 + 2t^2 + 1$

$y' = 3t^2 + 4$

あなたの入力した数式は次のとあります：  
 $3 \cdot t^2 + 4$

誤りです。  
 $2t^2$  の微分を誤っています。もう一度。  
この送信の評点: 0.0/1.0

導関数を求めよ。

小試 | 関数のテストを実行します

$y = t^3 + 2t^2 + 1$

$y' = 3t^3 + 4t$

あなたの入力した数式は次のとあります：  
 $3 \cdot t^3 + 4 \cdot t$

誤りです。  
 $t^3$  の微分を誤っています。もう一度。  
この送信の評点: 0.0/1.0

図2 誤答に応じた「知的な」フィードバックの例

### 4. おわりに

数学系の科目における授業時間外の学習を支援するために、授業で扱った学習事項の解説を行うウェブサイトと、ウェブでの問題演習システムの作成に着手した。学習方法についてのアドバイスや、誤答に応じた知的なフィードバックなど、学習支援のための工夫を凝らしている。およそ半年間の講義をカバーする教材を作成し、学習者から得られるデータに基づいた改善を行う予定である。

### 参考文献

- (1) 中央教育審議会：“新たな未来を築くための大学教育の質的転換に向けて～生涯学び続け、主体的に考える力を育成する大学～”(答申)”, (2012)  
[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1325047.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1325047.htm)
- (2) 鈴木宏昭・村山功：“人間の学習におけるプログラマティックな表現の役割”，認知科学の発展，Vol. 4, pp. 79-103 (1991).

**謝辞** 研究プロジェクト「数学系講義を補完する自習システムの構築」(代表者：寺尾敦) に対して、青山学院大学総合研究所からの支援を受けました。このプロジェクトは、科学研究費補助金を受けて進めている研究「深い学習を支援するデジタル教材—技術、デザイン、学習者の研究—」(課題番号：25350352, 代表者：寺尾敦) と連携しています。